

振り子の長さ と 停止までの振動回数

The dependence of the total number of decaying oscillations of the pendulum on its length

法学部政治学科 3 年 H 組 藤田 怜也

Department of Politics, Faculty of Law, Keio University

(reiya.f@keio.jp)

序論

振り子が「停止するまで」に何か法則など存在するのだろうか。生物においては、「体のサイズと時間との間に、～時間は体重の 1/4 乗に比例する」という法則が存在する¹⁾。ここでいう時間とは、寿命はもちろんのこと、成長するまでの時間や息をする時間間隔、心臓が脈打つ間隔という日常の活動の時間に至るまで、全てのことを指すのだ。これを応用し、寿命を心臓が脈打つ間隔で割ると一生の間に心臓が脈打つ回数を算出することができ、哺乳類においてその回数は 20 億回で一定となる。そこで振り子が停止するまでの振動回数も、振り子の糸の長さに関わらず一定になるのではないかと考えた。

振り子の研究については「周期と振幅の関係」、「糸の長さ と 周期の関係」など、振り子が動いている時における各要因の関係を分析しているものがほとんどであり、停止するまでという部分に着目している研究は存在しない。それゆえ本論文では振り子が停止するまでの振動回数が、振り子の長さによりにどのように依存するかについて研究する。

実験方法

裁縫糸、おもり（クリスマスツリーのオーナメント）（図 1）、分度器、セロハンテープを用いて振り子を作成した。セロハンテープに穴をあけ（図 2）、そこに裁縫糸を通してテーブルの下から張り付けた（図 3）。この実験道具を用いておもりの重さや振り子の糸の長さを調節して実験を行った。その様子をスマートフォンで撮影をし、動画を用いて糸が鉛直方向となす角を観察し（図 4）、角度が 30°、25°、20°、15°、10°、5°、3°、2°、1° になる時間を測定した。またその測定結果をもとに縦軸に角度 θ 、横軸に経過時間をとるグラフを作成した。

糸の長さはおもりの括り付ける部分まで 10cm、15cm、20cm の 3 種類で実験し（括り

つける部分の結び目からおもりの中心までは3.5cm)、おもりの重さは4.8g、29.2g、34.7gの3種類を用いた。そのため実験は全部で9種類の条件で行った。なお、おもりの重さは中にビーズや水を満杯に入れることで調節した。

コロナウイルスの蔓延という状況下で最適な実験器具を用いることはできなかったが、可能な限り良い結果が得られるよう努力した。

図1 実験道具

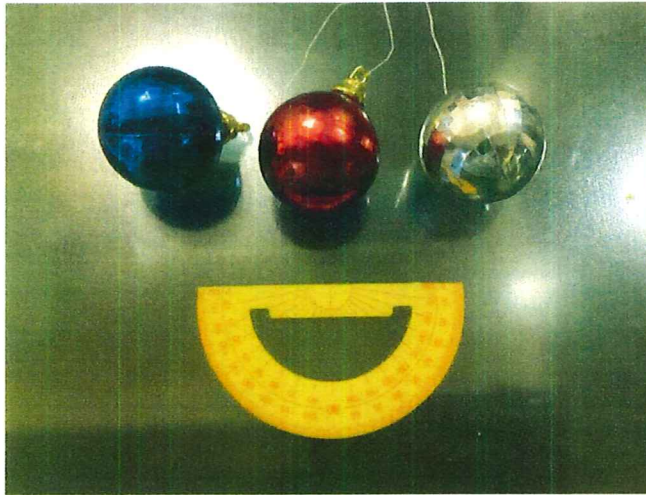


図2 セロテープ

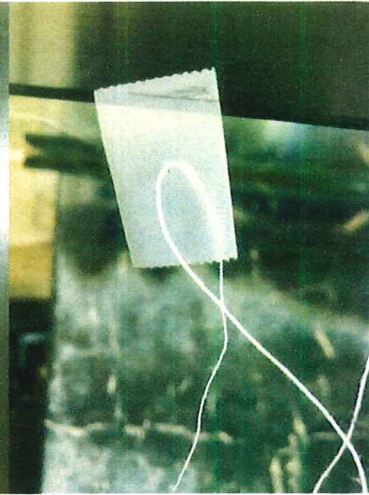


図3 実験器具の完成



図4 角度と経過時間の計測



研究結果

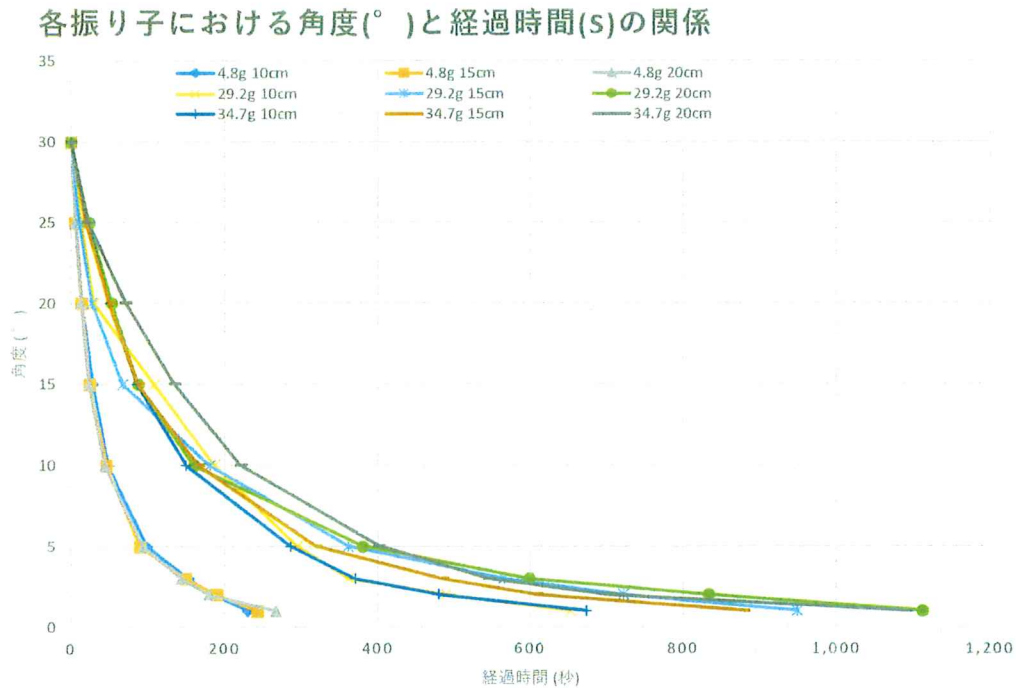
実験方法に記載の通り角度と経過時間を測定し、結果を表にしたのが表1である。左列が角度、上段がおもりの重さと振り子の長さを示している。またこの表を基にグラフ化し

たのがグラフ1である。このグラフから角度と経過時間の関係は、どの糸の長さの振り子においても時間経過に伴って角度が0に漸近していく、下に凸の曲線を描くことがわかった。

表1 各振り子における角度(°)と経過時間(s)の関係

角度	4.8g 10cm	4.8g 15cm	4.8g 20cm	29.2g 10cm	29.2g 15cm	29.2g 20cm	34.7g 10cm	34.7g 15cm	34.7g 20cm
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	6	5	5	13	11	23	21	19	22
20	14	14	13	30	27	53	50	50	71
15	28	24	23	109	67	87	86	87	135
10	48	46	44	187	181	160	150	166	221
5	99	90	94	294	361	380	285	318	402
3	153	149	144	362	566	599	370	484	546
2	186	190	180	489	721	833	480	609	702
1	230	242	266	652	949	1,112	673	879	1,092

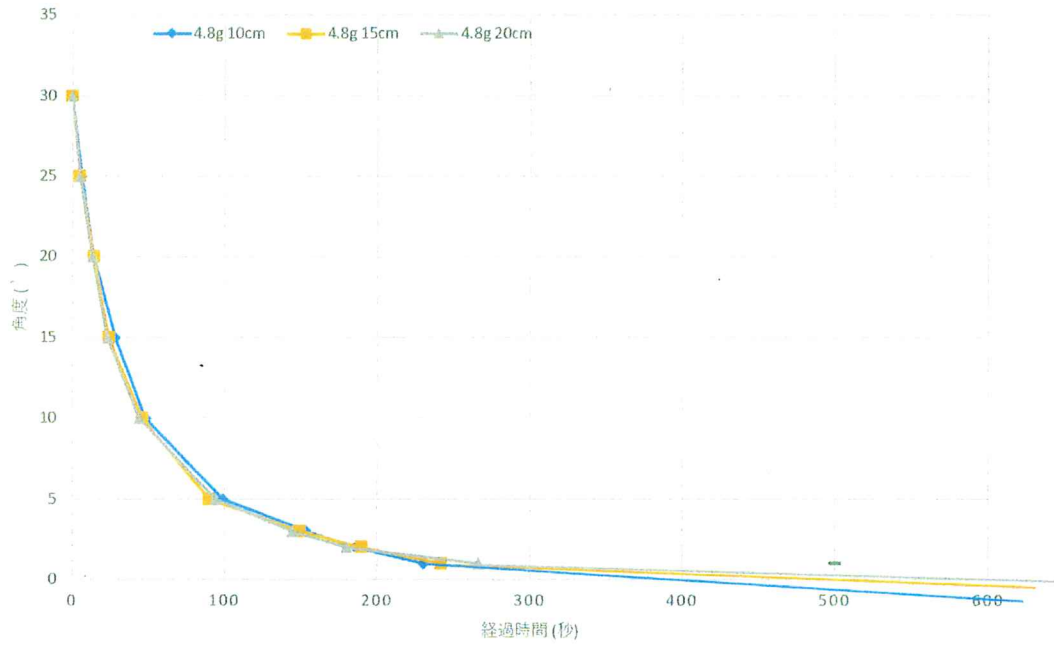
グラフ1



グラフをおもりの重さごとに分け、振り子が停止するまでの経過時間を推測したのがグラフ2~4である。

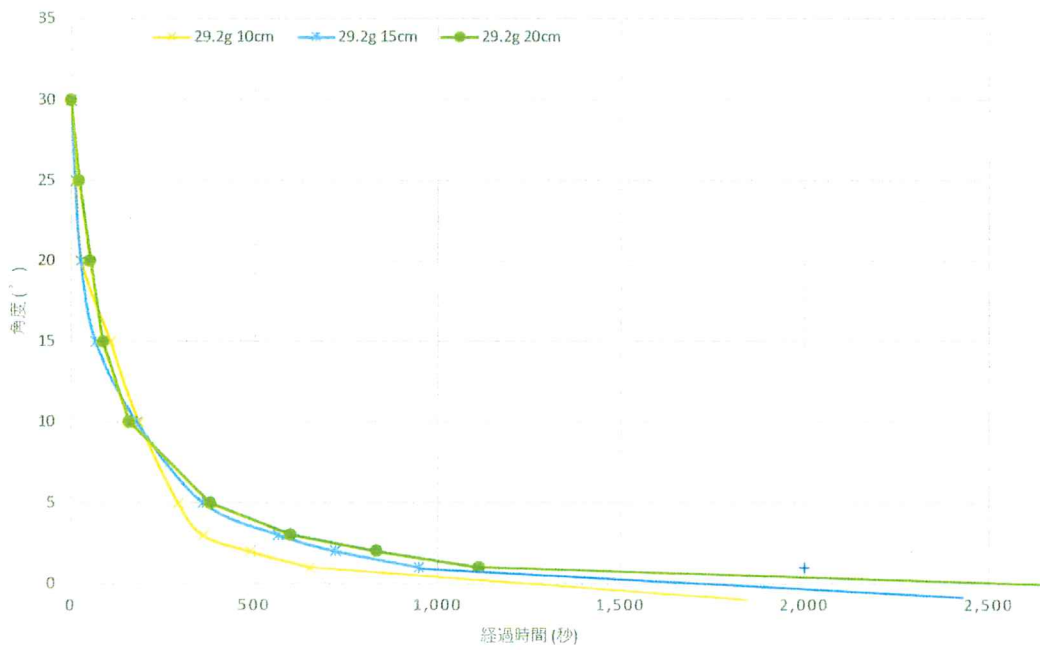
グラフ 2

軽振り子が停止するまでの経過時間



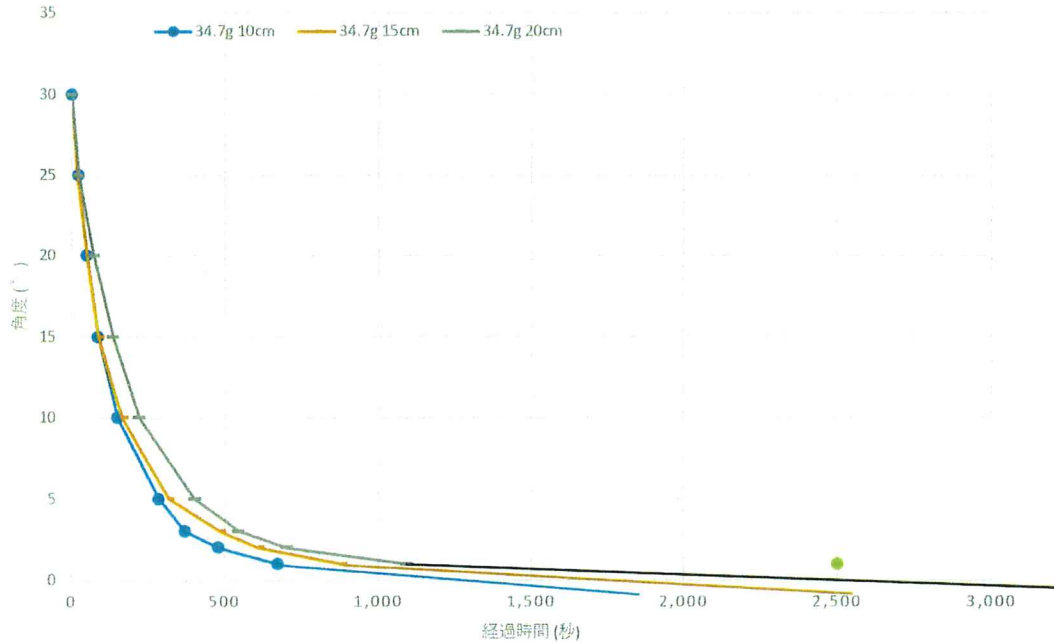
グラフ 3

中振り子が停止するまでの経過時間



グラフ 4

重振り子が停止するまでの経過時間



おもりの重さごとに分けて予測をしたのは、予測するための直線の引き方が恣意的にならないようにするためである。これは振り子の周期は糸の長さで決まるため、糸の長さごとにグラフ分けてしまう（参考:グラフ 6~8）と予測するための直線と同じ経過時間に収束させようとしてしまうからである。グラフ 2 より、軽いおもりで糸の長さが 10 cm の振り子は 400s、15 cm の振り子は 500s、20 cm の振り子は 600s で停止すると予測できる。同様に中くらいのおもりで糸の長さが 10 cm の振り子は 1250s、15 cm の振り子は 1750s、20 cm の振り子は 2500s で停止すると予測できる。重いおもりで糸の長さが 10 cm の振り子は 1250s、15 cm の振り子は 1750s、20 cm の振り子は 2500s で停止すると予測できる。

この停止までの経過時間を、糸の長さから算出した振り子の周期で割ることで、振り子が停止するまでの振動回数を求めることができる。それぞれの糸の長さにおける振り子の周期の算出は、

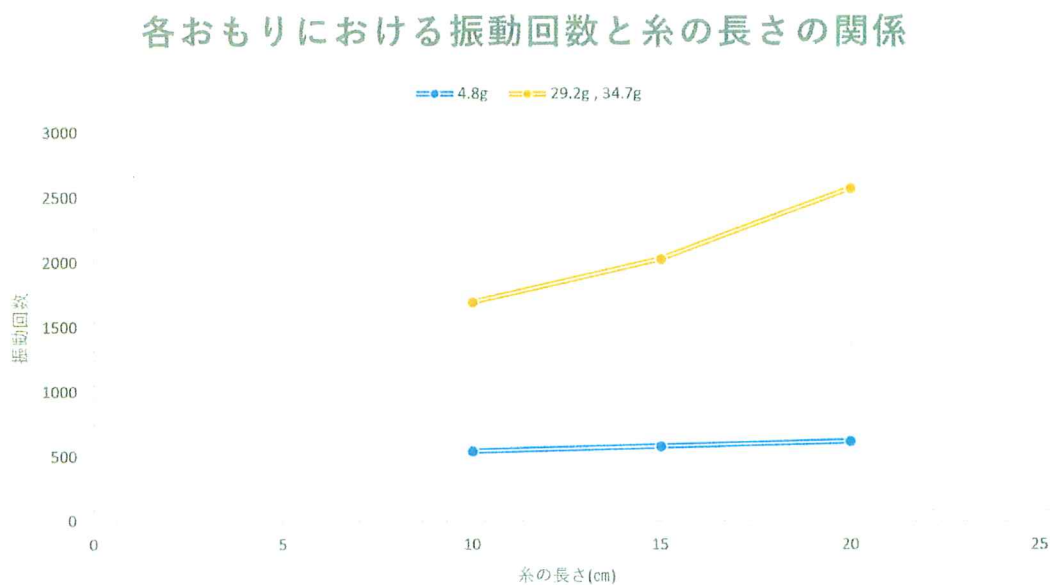
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

の公式に当てはめることで求めることができる²⁾。なお l は振り子の支点からおもりの中心までの長さであるため糸の長さ(結び目からおもりの中心までの長さ)を足した値とする。また重力加速度 $g = 9.80\text{m/s}^2$ とする。糸の長さが 10 cm の振り子は周期が 0.737078s、15 cm の振り子は周期が 0.862844s、20 cm の振り子は周期が 0.97248s となる。この周期をまず軽いおもりに当てはめると、糸の長さが 10 cm の振り子の振動回数は

542.6834 回、糸の長さが 15 cmの振り子の振動回数は 579.4788 回、糸の長さが 20 cmの振り子の振動回数は 617.9795 である。中くらいのおもりと、重いおもりは停止までの経過時間が同じであり、糸の長さが 10 cmの振り子の振動回数は 1695.885 回、糸の長さが 15 cmの振り子の振動回数は 2028.176 回、糸の長さが 20 cmの振り子の振動回数は 2570.748 である。

この結果から研究を開始するにあたって立てた、糸の長さに関係なく振動回数が一定になるという仮説は間違っていたことがわかった。そこで、停止するまでの振動回数と糸の長さはどのように関係しているのかを導くために、縦軸に振動回数を、横軸に糸の長さをとってグラフにした（グラフ 5）。

グラフ 5



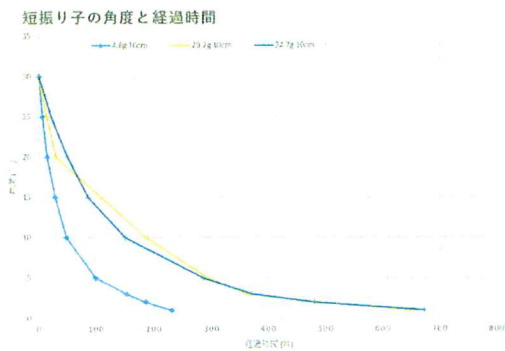
このグラフ 5 から、測定した範囲では、止まるまでの振動回数は糸の長さに対してほぼ一定の割合で増加し、増加率はおもりの重さに依存するといえる。増加率は、10 cm と 20 cm の振動回数の差を、長さの差である 10 cm で割ることにより求められる。その結果、4.8g のおもりに対しては 7.5cm^{-1} 、29.2g と 34.7g のおもりに対しては 87.5cm^{-1} となる。このことから、おもりの重さが重い方が、増加率は高くなることが分かった。

結論

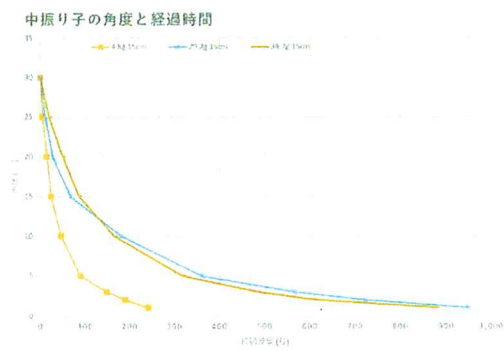
振り子の振動回数と糸の長さは、糸の長さに対してほぼ一定の増加率で振動回数が増加するという関係にある。また増加率はおもりの重さが重いほど大きくなる。ここで注意したいのは、この結論はあくまでも測定範囲内においてであるということだ。よりよい実験をするためにはまず、おもりの重さと増加率の関係性をより詳細に分析するために、より重いおもりを用いる必要がある。次に糸の長さによる振動回数の増加がどの長さまで観測されるのかを調査するために、糸の長さに関してより長い振り子で実験をする必要がある。この2つを行うことで測定のスケールが大きくなり、より一般的な結論を導けるだろう。なお、今回の研究における結果の物理学的解釈は今後の課題である。

参考

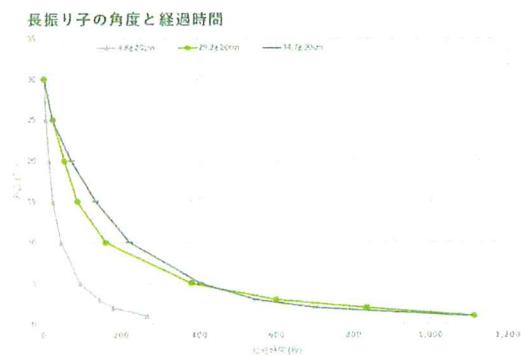
グラフ 6



グラフ 7



グラフ 8



参考文献

- 1) 本川達雄, 『ゾウの時間ネズミの時間』, 中公新書, 1992, pp11-15.
- 2) 下村裕, 『力学』, 共立出版, 2021, pp77-80.